

PEMANFAATAN SOFTWARE MAXIMA VERSI 16.4.2 TERHADAP MATERI INVERS MATRIKS UNTUK MENINGKATKAN UNDERSTANDING OF CONCEPTS AND THE CORRECT COMPLETION RESULT

Risma Rodiah¹, Ucu Koswara²
Program Studi Pendidikan Matematika, UNSAP

Article Info

Kata Kunci:

Program Maxima,
Learning
Matrix

ABSTRAK

Learning about matrix by the computer devices with version 16.04.2 maxima software can help students to solve problems and abstract matrix concepts. To find an inverse matrix, we must first find the determinant and the adjoint of the matrix. In this case, to find the determinants of matrices of order 2×2 and 3×3 , we can use the formulas that have been determined. However, this method cannot be used and applied to solve larger cases such as matrices of the order above. An example of a problem in a matrix that cannot use the available formula is to find the determinant of a matrix of order $4 \times 4, 5 \times 5$, etc. With the Maxima software, this problem will be solved easily and for the manual, students and teachers can use the Gauss-Jordan Elimination Method or OBE and so on. The results of the work provided by the Maxima Program will be the same as the results of manual work, therefore the Maxima Program has proven its validity, so the Maxima Program can help students understand the concept of the inverse matrix material they are looking for.



Copyright © 2022 Universitas Sebelas April.
All rights reserved.

Corresponding Author:

Risma Rodiah,
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,
Universitas Sebelas April,
Jl. Angkrek Situ No. 19, Sumedang.
Email: rismarodiah02@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Maxima merupakan salah satu software open source yang mempunyai kemampuan untuk pembelajaran matematika berbagai topik seperti aljabar, kalkulus, aritmetika, dan grafik. Biasanya, ketika kita mengerjakan soal matematika tak jarang kehabisan waktu hanya karena mengecek pekerjaan yang kita buat secara *step by step*. Frederick H. Bell (1978) mengatakan bahwa obyek matematika terdiri dari fakta, konsep, prinsip dan prosedur. Senada dengan pandangan Bell, Thohari menyebutkan bahwa obyek matematika meliputi fakta, konsep, definisi, operasi, dan prinsip dan skill. Penjabaran dari obyek tersebut pada matriks mencakup notasi, operasi, sifat, teorema, dan prosedur penyelesaian. Diantara materi matriks yang mendukung hal tersebut adalah determinan dan invers.

Disamping itu jika kita mengerjakan suatu soal adjoint matriks memerlukan ketelitian menghitung secara *step by step*, hal ini dikarenakan jika kita salah dalam satu tahap pengerjaan saja maka bisa jadi hasil adjoint matriks yang kita maksud akan menjadi hasil adjoint matriks yang lain. Ketika kita mengerjakan soal yang harus dicari adalah adjoint matriks maka kita akan merasa kesulitan dalam mengerjakannya secara cepat dan teliti tiap tahapannya maka dengan adanya software

ini akan membantu kita menjawab soal matriks berupa pilihan ganda yang penyelesaiannya begitu panjang.

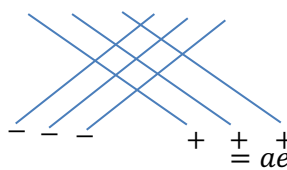
2. METHOD

Determinan matriks dipelajari sebelum invers matriks dan untuk menentukan invers matriks maka perlu diketahui terlebih dahulu determinan dengan menggunakan metode matriks adjoint. Hal tersebut menandakan bahwa determinan matriks sebagai materi prasyarat invers matriks. Sebagai implikasinya, penguasaan materi determinan matriks menjadi penentu keberhasilan dalam menentukan invers matriks. Dilain pihak determinan matriks berordo 2×2 yaitu



$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Sedangkan matriks berordo 3×3 yaitu dapat dihitung dengan Metode Sarrus seperti berikut



$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$= aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

Metode Sarrus memiliki kelemahan karena tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan determinan matriks yang berordo lebih besar. Untuk mengatasi persoalan tersebut, dikembangkanlah beberapa metode. Metode tersebut diantaranya minor kofaktor, dekomposisi matriks, eliminasi Gauss, dan metode salihu. Dengan metode ini, persoalan invers matriks tidak mengalami kendala yang sama sebagaimana kendala dalam menentukan determinan matriks dengan ordo di atas 3×3 . Disamping itu, perhitungan determinan matriks tidak hanya berlaku untuk matriks persegi, namun dapat berlaku untuk matriks berordo $2 \times n$. Penelitian ini menggunakan metode Eliminasi Gauss untuk menyelesaikan determinan matriks berordo di atas 3×3 dengan menggunakan metode eliminasi Gauss. Pada metode ini, untuk secara manual kita lakukan dengan menggunakan operasi baris elementer. Pada operasi tersebut, antar baris dapat dipertukarkan, dijumlahkan, dikurangi, atau dikalikan dengan suatu skalar tertentu. Keuntungan dari operasi baris elementer adalah tidak ada rumus yang perlu dihafalkan karena lebih mengedepankan proses konstruksi. Dengan kondisi tersebut individu dapat menggunakan model yang beranekaragam sehingga dapat memperkaya pengetahuannya.

Kendala yang ditemukan saat mencari suatu invers matriks berordo lebih dari 3×3 adalah rincian penyelesaiannya yang begitu panjang serta membutuhkan ketelitian yang tinggi karena apabila ada 1 tahapan yang salah ini akan membuat fatal pada jawaban akhir. Dengan adanya software Maxima siswa dapat memastikan jawaban yang ia dapatkan dengan cara manual itu bernilai benar atau salah.

Kemudian ditemukan hambatan dalam proses belajar mengajar, yaitu kurangnya pemanfaatan media pembelajaran dengan unsur perangkat lunak yang mendukung. Masih sedikitnya guru yang menggunakan komputer sebagai sarana belajar atau media pembelajaran. Guru masih menggunakan buku sebagai sumber belajar dan papan tulis sebagai media pembelajaran. Hal ini membuat siswa merasa kurang tertarik dalam pembelajaran matematika yang akhirnya membuat siswa mengalami kesulitan dalam pelajaran matematika dan kurang memahami konsep matematika yang diberikan oleh guru. Efektifitas media pembelajaran dilakukan pada materi matriks agar siswa dalam proses pembelajaran tidak membosankan serta siswa merasa terpacu atau tertantang dalam menyelesaikan suatu permasalahan matriks yang diberikan oleh guru.

3. PEMBAHASAN

a) Media Pembelajaran

Media berasal dari bahasa latin merupakan bentuk jamak dari “Medium” yang secara harfiah berarti “Perantara” atau “Pengantar” yaitu perantara atau pengantar sumber pesan dengan penerima

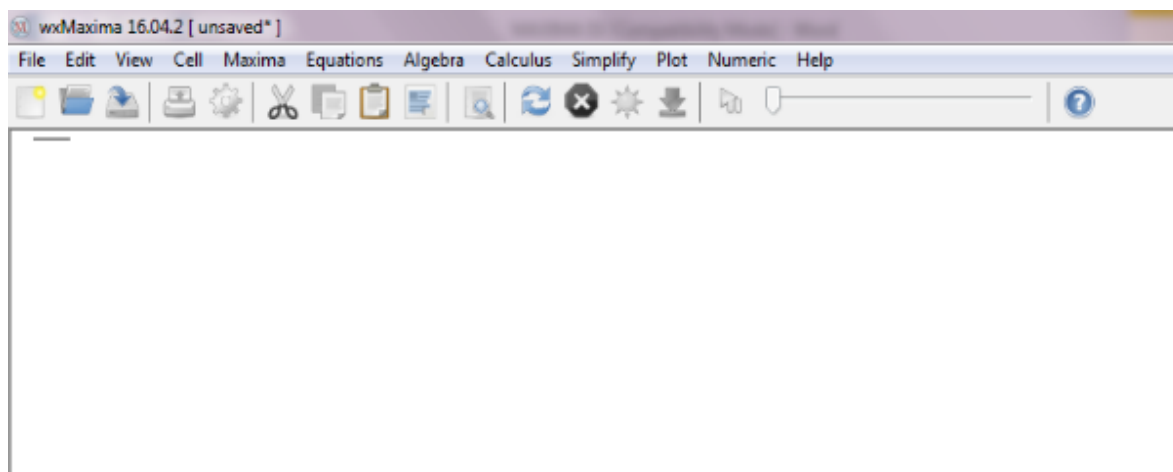
pesan. Beberapa ahli memberikan definisi tentang media pembelajaran. Schramm (1977) mengemukakan bahwa media pembelajaran adalah teknologi pembawa pesan yang dapat dimanfaatkan untuk keperluan pembelajaran. Sementara itu, Briggs (1977) berpendapat bahwa media pembelajaran adalah sarana fisik untuk menyampaikan isi/materi pembelajaran seperti : buku, film, video dan sebagainya. Sedangkan, *National Education Associaton* (1969) mengungkapkan bahwa media pembelajaran adalah sarana komunikasi dalam bentuk cetak maupun audio-visual dan termasuk teknologi perangkat keras. Dari ketiga pendapat di atas disimpulkan bahwa media pembelajaran adalah segala sesuatu yang dapat menyalurkan pesan, dapat merangsang fikiran, perasaan, dan kemauan peserta didik sehingga dapat mendorong terciptanya proses belajar pada diri peserta didik.

Media pembelajaran disini yaitu media yang dapat digunakan sebagai pemacu keaktifan siswa serta untuk merangsang siswa agar lebih berpikir kreatif dan tidak mudah merasa bosan dalam belajar. Siswa dituntut belajar secara mandiri, akan tetapi untuk siswa yang kurang giat dalam belajar maka ketika dia menemukan kesulitan memecahkan suatu masalah maka dia akan berhenti untuk mencoba. Dengan adanya media pembelajaran seperti Program Maxima ini maka anak akan merasa terpacu untuk belajar dan berpikir.

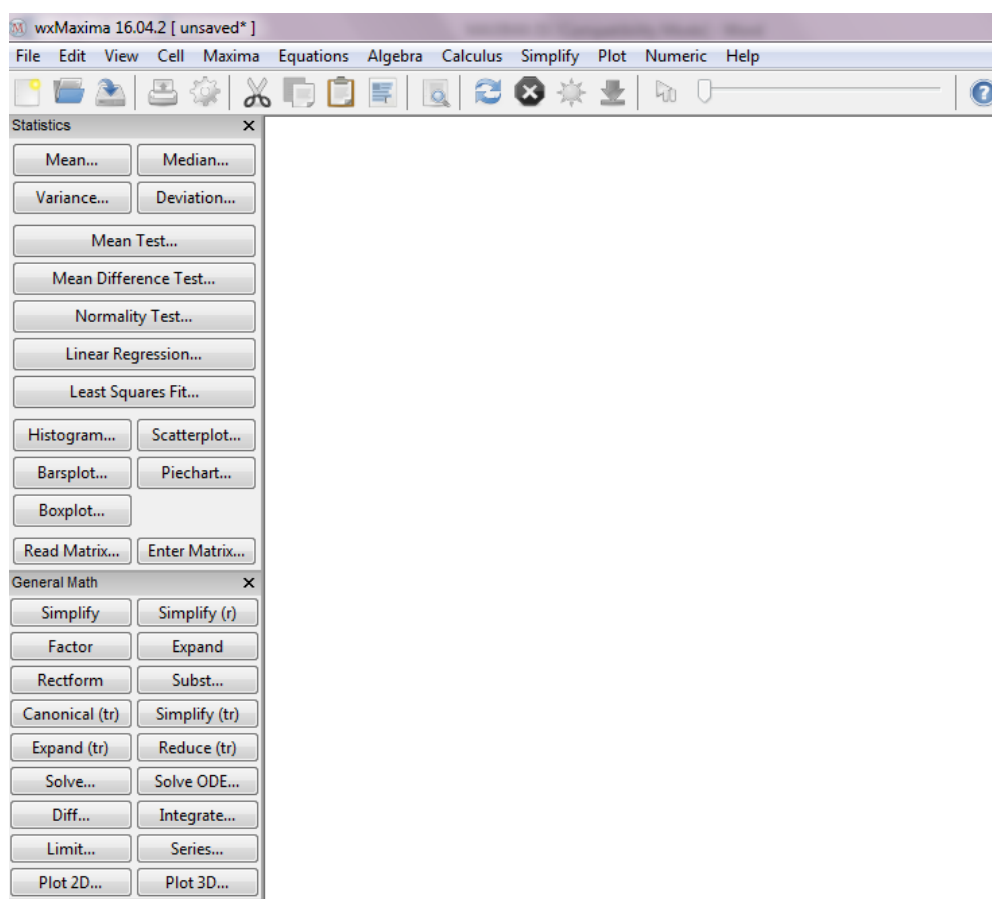
Ketika siswa diberikan suatu konsep atau metode dan siswa dituntut untuk menyelesaikan suatu permasalahan matematika dengan menggunakan konsep atau metode tersebut maka akan banyak pertanyaan bagaimana menggunakan metode tersebut dan apa hasil atau jawaban dari permasalahan tersebut. Dengan program maxima akan terjawab hasil dari penyelesaian permasalahan matematika tersebut dan itu akan membantu siswa untuk meningkatkan daya berpikir dan merasa terpacu dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika.

b) Software Maxima Versi 16.4.2

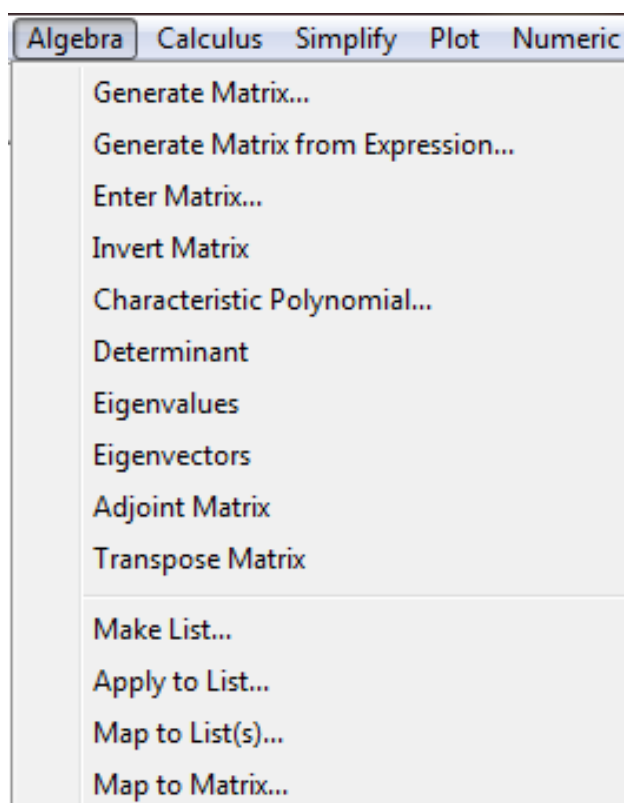
Maxima merupakan salah satu *software open source* yang mempunyai kemampuan untuk pembelajaran matematika topik aljabar, kalkulus, aritmetika, dan grafik. Maxima dikembangkan oleh MACSYMA system, dimana Maxima merupakan salah satu Computer Algebra System (CAS) yang mengkombinasikan kemampuan grafis, simbol, dan numerik. Maxima dapat digunakan untuk menyelesaikan pekerjaan-pekerjaan yang berkaitan dengan turunan, integral, persamaan linier, persamaan polynomial, fungsi Laurent, deret Taylor, grafik 2D dan 3D, dan beberapa pekerjaan lainnya. Untuk mengoperasikan Maxima dalam pembelajaran matematika bisa dilakukan dengan cukup mudah, pengguna cukup mengetikkan perintah yang sesuai dengan sintak pada editor Maxima. Maxima mempunyai dua interface editor yaitu Xmaxima dan wxmaxima.



Gambar 1. Tampilan Awal



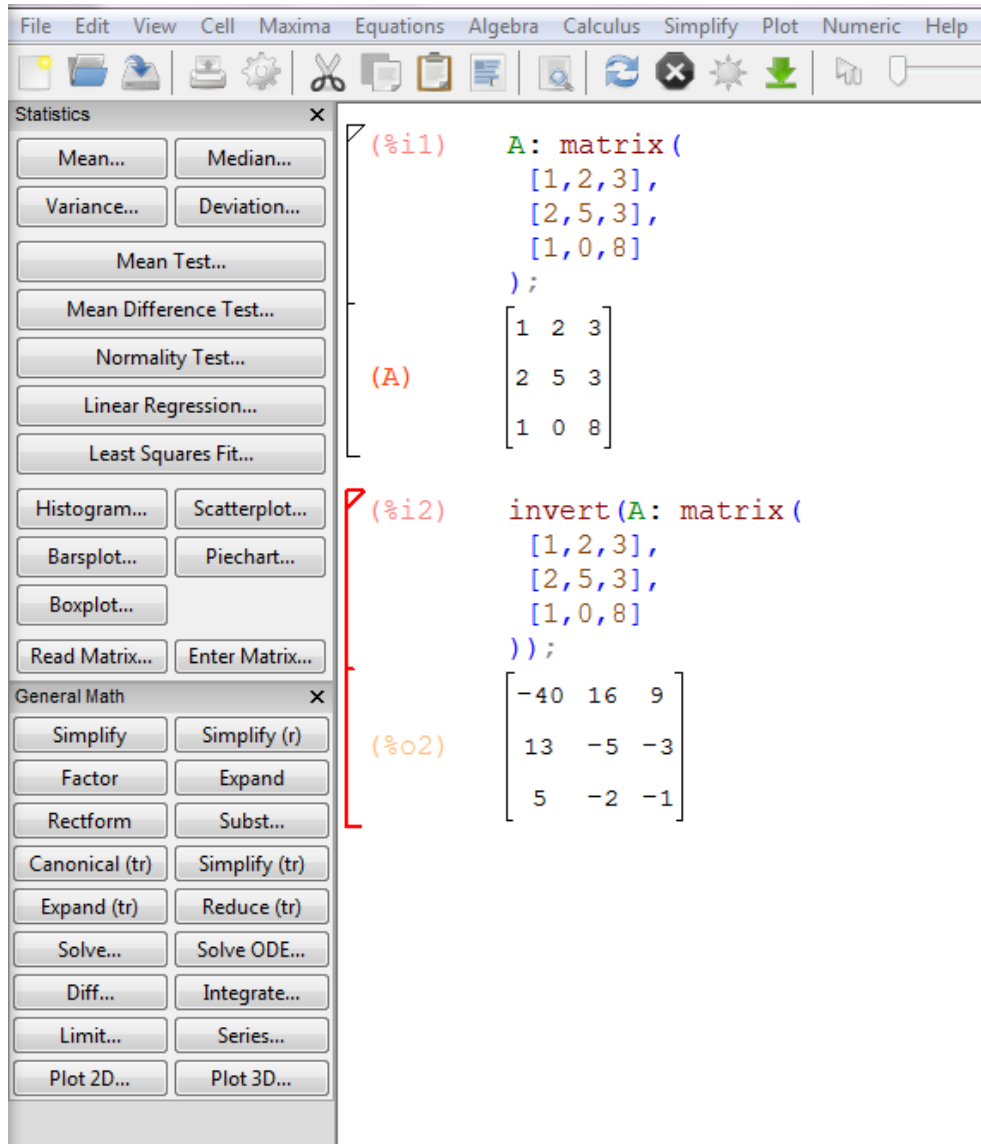
Gambar 2. Beberapa Tools



Gambar 3. Tools Pada Materi Matriks

- c) Beberapa Contoh Penggunaan Program
1. Tentukan invers dari matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$



Gambar 4. Langkah Penyelesaian

Langkah – langkah mencari penyelesaian :

1. Buka program Maxima
2. Lalu pilih menu Algebra
3. Lalu pilih sub menu Enter Matrix
4. Lalu masukkan nama, jumlah baris dan kolom matriks yang diinginkan
5. Masukkan elemen-elemen matriks pada baris dan kolom yang tersedia
6. Setelah selesai memasukkan elemen-elemen matriks maka tekan “Enter”
7. Lalu pilih menu Algebra
8. Lalu pilih sub menu Invert Matrix
9. Hasil penyelesaian pun muncul

Penyelesaian secara aljabar :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 8 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 40 + 6 + 0 - 15 - 0 - 32$$

$$|A| = 46 - 47$$

$$|A| = -1$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 40 - 0 = 40$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = -(16 - 3) = -13$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 5 = -5$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = -(16 - 0) = -16$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 8 - 3 = 5$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - 2) = 2$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 15 = -9$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 6) = 3$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 4 = 1$$

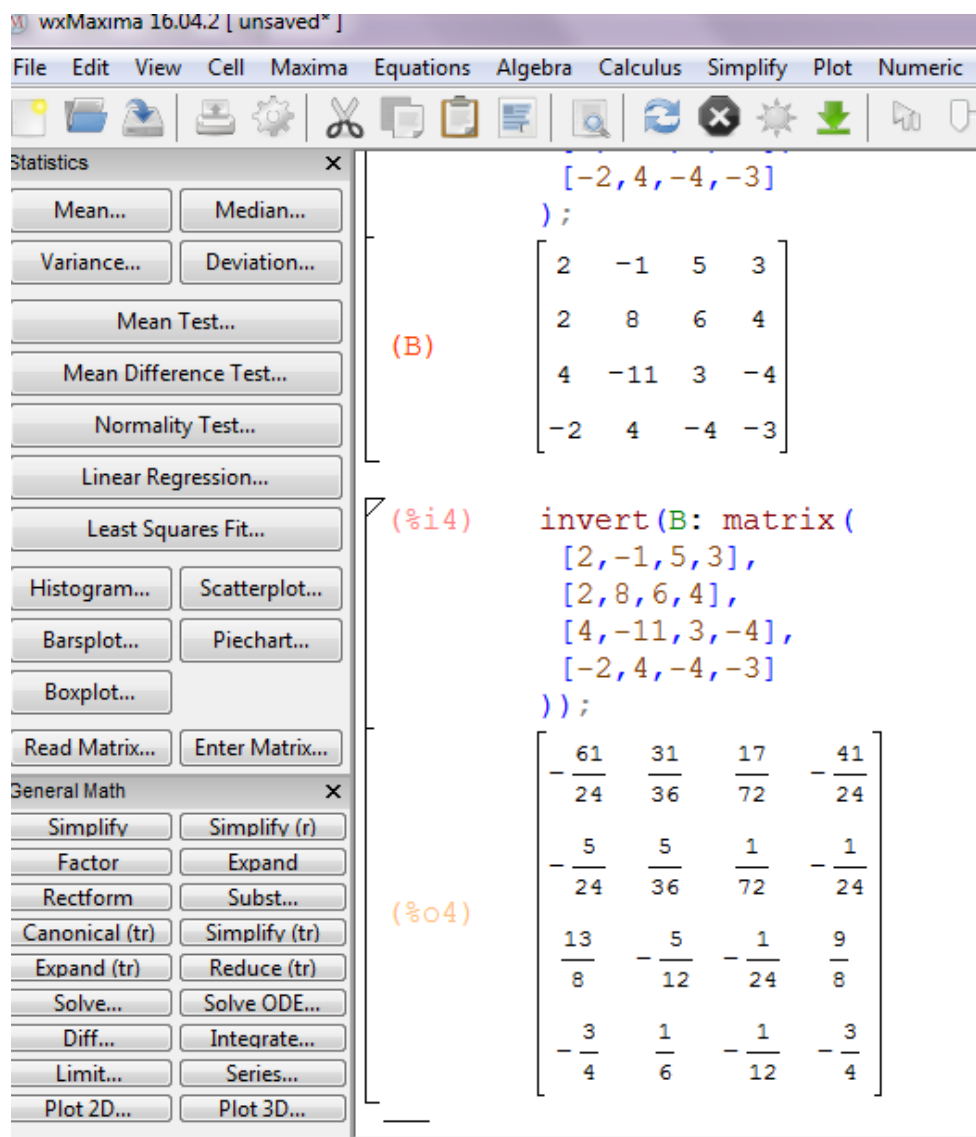
$$\text{Adj } A = \begin{pmatrix} 40 & -16 & -9 \\ -13 & 5 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 40 & -16 & -9 \\ -13 & 5 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}}{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Tentukan invers dari matriks

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 8 & 6 & 4 \\ 4 & -11 & 3 & -4 \\ -2 & 4 & -4 & -3 \end{vmatrix}$$



Gambar 5. Langkah Penyelesaian

Langkah – langkah mencari penyelesaian :

1. Buka program Maxima
2. Lalu pilih menu Algebra
3. Lalu pilih sub menu Enter Matrix
4. Lalu masukkan nama, jumlah baris dan kolom matriks yang diinginkan
5. Masukkan elemen-elemen matriks pada baris dan kolom yang tersedia
6. Setelah selesai memasukkan elemen-elemen matriks maka tekan “Enter”
7. Lalu pilih menu Algebra
8. Lalu pilih sub menu Invert Matrix
9. Hasil penyelesaian pun muncul

Penyelesaian secara aljabar :

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 8 & 6 & 4 \\ 4 & -11 & 3 & -4 \\ -2 & 4 & -4 & -3 \end{vmatrix}$$

Menggunakan Operasi Baris Elementer

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 6 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -11 & 3 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & -4 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$R2 - R1 \rightarrow R2$ $R3 - 2R1 \rightarrow R3$ $R4 + R1 \rightarrow R4$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & -7 & -10 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$R3 + R2 \rightarrow R3 \quad 3R4 - R2 \rightarrow R4$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -9 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 4 & -1 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

$$R1 + 3R4 \rightarrow R1 \quad R2 + R4 \rightarrow R2 \quad R3 - 9R4 \rightarrow R3$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 11 & 0 & 13 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 0 & -39 & 10 & 1 & -27 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 4 & -1 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

$$R3 \div (-24)$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 11 & 0 & 13 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 4 & -1 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

$$R1 - 11R3 \rightarrow R1 \quad R2 - 3R3 \rightarrow R2 \quad R4 - 2R3 \rightarrow R4$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -1 & 0 & 0 & -\frac{39}{8} & \frac{19}{12} & \frac{11}{24} & -\frac{27}{8} \\ 0 & 9 & 0 & 0 & -\frac{15}{8} & \frac{5}{4} & \frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{3}{4} \end{array} \right)$$

$$R2 \div 9 \quad R4 \div (-1)$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} & & & & -\frac{39}{8} & \frac{19}{12} & \frac{11}{24} & -\frac{27}{8} \\ 2 & -1 & 0 & 0 & -\frac{5}{24} & \frac{5}{36} & \frac{1}{72} & -\frac{1}{24} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{3}{4} \end{array} \right)$$

$$R1 + R2 \rightarrow R1$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} & & & & -\frac{61}{12} & \frac{31}{18} & \frac{17}{36} & -\frac{41}{12} \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{24} & \frac{5}{36} & \frac{1}{72} & -\frac{1}{24} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{3}{4} \end{array} \right)$$

$$R1 \div 2$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} & & & & -\frac{61}{24} & \frac{31}{36} & \frac{17}{72} & -\frac{41}{24} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{24} & \frac{5}{36} & \frac{1}{72} & -\frac{1}{24} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{3}{4} \end{array} \right)$$

Maka

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{cccc} -\frac{61}{24} & \frac{31}{36} & \frac{17}{72} & -\frac{41}{24} \\ \frac{5}{24} & \frac{5}{36} & \frac{1}{72} & -\frac{1}{24} \\ \frac{13}{8} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{24} & \frac{9}{8} \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{3}{4} \end{array} \right)$$

4. KESIMPULAN

Berdasarkan penjelasan diatas dapat diketahui bahwa manfaat media pembelajaran bagi kelancaran kegiatan belajar mengajar sangatlah berpengaruh besar. Kurikulum saat ini sangat menuntut keaktifan dan kemandirian siswa dalam belajar maka dari itu siswa sangat membutuhkan berbagai macam media tidak hanya buku saja. Dengan adanya media pembelajaran ini siswa akan terpacu dalam belajar tidak hanya mempunyai rasa ingin tahu akan hasil dari penyelesaian suatu masalah tetapi bagaimana proses, konsep dan metode yang digunakan dalam pemecahan masalah tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Bell, Frederick H. (1978). Teaching and Learning Mathematics in Secondary School. Cetakan Kedua. Dubuque, Iowa: Win C. Brown Company Publishers.
- Briggs, Leslie J. 1977. Instructional Design, Educational Technology Publications Inc. New Jersey : Englewood Cliffs

-
- Matematika aplikasi : untuk SMA dan MA kelas XII program studi ilmu alam/Pesta E>S, Cecep Anwar H. F .S ; editor Adi Setiyawan, Agus Tri Antoro. — Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008.
- N. Suparta, “Membangun karakter melalui pendidikan matematika,” in Seminar Nasional FMIPA Undiksha, 2011, pp. 268–277
- Ruminta, Matriks - Persamaan Linier dan Pemrograman Linier, Edisi Revi. Bandung: Rekayasa Sains, 2014.
- Schramm, W. 1977. Big Media Little Media. London : Sage Public-Baverly Hills